

Aufgaben zu Logarithmen

Aufgabe 1: Berechne ohne Taschenrechner!

- | | | | |
|--------------------------|---------------------------|--------------------------|-----------------------------------|
| a) $\log_2(16)$ | h) $\log_5(125)$ | o) $\log_2(2^n)$ | v) $\log_{\sqrt{3}}(9)$ |
| b) $\log_2(0,5)$ | i) $\log_4(2)$ | p) $\log_5(1)$ | w) $\log_{\sqrt{2}}(\frac{1}{2})$ |
| c) $\lg(10.000)$ | j) $\log_3(\sqrt{3})$ | q) $\log_b(1)$ | x) $\log_{\sqrt{a}}(a)$ |
| d) $\lg(0,01)$ | k) $\log_{16}(2)$ | r) $\log_a(\frac{1}{a})$ | |
| e) $\log_2(64)$ | l) $\log_7(7)$ | s) $\lg(1)$ | |
| f) $\log_3(81)$ | m) $\log_2(2^{13})$ | t) $\log_b(b^n)$ | |
| g) $\log_3(\frac{1}{9})$ | n) $\log_7(\frac{1}{49})$ | u) | |

Aufgabe 2: Berechne mit Hilfe des Taschenrechners, runde auf die 2. Nachkommastelle.

- a)** $\log_2(3)$; $\log_2(6)$; $\log_2(3,5)$; $\log_2(5,67)$, $\log_2(0,17)$; $\log_2(\frac{1}{2})$; $\log_2(\frac{1}{4})$
- b)** $\log_{1,34}(3)$; $\log_{1,34}(6)$; $\log_{1,34}(3,5)$; $\log_{1,34}(5,67)$; $\log_{1,34}(0,17)$; $\log_{1,34}(\frac{1}{2})$; $\log_{1,34}(\frac{1}{4})$
- c)** $\lg(3)$; $\lg(6)$; $\lg(3,5)$; $\lg(5,67)$; $\lg(0,17)$; $\lg(\frac{1}{2})$; $\lg(\frac{1}{4})$
- d)** $\log_3(1)$; $\log_3(2)$; $\log_3(4,89)$; $\log_3(\frac{1}{2})$; $\log_3(\frac{1}{4})$; $\log_3(\frac{1}{5})$; $\log_3(7)$
- e)** $\log_{\sqrt{2}}(1)$; $\log_{\sqrt{2}}(2)$; $\log_{\sqrt{2}}(4,89)$; $\log_{\sqrt{2}}(\frac{1}{2})$; $\log_{\sqrt{2}}(\frac{1}{4})$; $\log_{\sqrt{2}}(\frac{1}{5})$; $\log_{\sqrt{2}}(7)$

Aufgabe 3:

- a)** Bestimme $y \in \mathbb{R}_{>0}$: $\log_2(y)=5$; $\log_6(y)=1$; $\lg(y)=3$; $\log_{17}(y)=2$; $\log_{\sqrt{3}}(y)=3 \cdot \sqrt{3}$
- b)** Bestimme $b \in \mathbb{R}_{>0}$: $\log_b(8)=3$; $\lg(100)=2$; $\log_b(1)=5$; $\log_b(\sqrt{5})=0,5$
- c)** Warum hat der Term $\log_b(1)=0$ keine eindeutige Lösung?

Aufgabe 4:

Eine Bakterienart vermehrt sich so, dass sie sich alle 4 Tage verdreifacht. Am Anfang seien 8 Bakterien vorhanden. Stelle eine diesen Prozess beschreibende Funktionsgleichung auf und berechne die Verdoppelungszeit (Zeitraum, in der sich die Anzahl jeweils verdoppelt) und den Zeitpunkt, an dem genau 100 Bakterien vorhanden sind (Rundung auf die 3. NKS).

Aufgabe 5:

a) Forme mit Hilfe der Logarithmengesetze in eine Summe/Differenz um und vereinfache:

- I) $\log_b(4 \cdot x)$
 II) $\log_b(\frac{x}{s})$
 III) $\log_b(\frac{xyz}{5b})$

b) Forme so um, dass im Numerus keine Potenz steht:

- I) $\log_b(x^5)$
 II) $\log_b(z^{-\frac{2}{3}})$
 III) $\log_b(\sqrt[4]{a})$
 IV) $\log_b(\frac{1}{\sqrt[3]{z^5}})$

c) Wende die Logarithmengesetze an:

- I) $\log_b(\frac{6a^2}{7c^2})$
 II) $\log_b\left(\frac{\sqrt{3} \cdot x^2}{\frac{3}{4}y^4}\right)^6$
 III) $\log_b(x+y)^2$

- d)** Fasse zusammen, vermeide Brüche im Exponenten:
- I) $3 \cdot \log_b(x) + 2 \cdot \log_b(y)$
 - II) $\frac{2}{3} \cdot \log_b(a) - \frac{4}{5} \cdot \log_b(c) + 0,75 \cdot \log_b(d)$
 - III) $3 \cdot \log_b(a) - \frac{2}{3} \cdot \log_b(c)$
- e)** Berechne (wenn möglich) im Kopf:
- I) $\lg(8) + \lg(5) + \lg(25)$
 - II) $\lg(\frac{5}{3}) + \lg(\frac{4}{5}) + \lg(0,75)$
 - III) $\log_2(7) + \log_2(12) - \log_2(\frac{21}{4})$

Aufgabe 6:

a) Bestimme die Lösungsmengen der beiden Gleichungen:

- I) $\log_2(x) + \log_2(3) = \log_2(5)$
- II) $\log_2(y) - 2 \cdot \log_2(25) = 2$

b) Bestimme die Lösungsmenge der Exponentialgleichungen (Taschr., Rundung: 2. NKS):

- I) $5^x = 7$
- II) $5 \cdot 6^{2x} = 6 \cdot 5^{2x}$ (Tipp: Gilt $a=b$, so gilt auch $\lg(a)=\lg(b)$!)

Aufgabe 7:

Faltet man ein Stück Papier im DIN-Format mehrfach längs einer Mittellinie, so liegen erst zwei, dann vier Schichten übereinander u.s.w. Es wird dabei immer kleiner und dicker. Wie oft müsste man es falten können, um einen Turm zu erhalten, der bis zum Mond reicht?
(Entfernung des Mondes von der Erde: 384.000 km, Papierdicke: 0,2 mm)

Aufgabe 8:

Jod 131 hat eine Halbwertszeit von 8 Tagen. (Rundung auf die 3. NKS)

- a)** Stelle eine Exponentialfunktion auf, die diesen Zerfallsprozess beschreibt.
(Solltest du die Funktion nicht aufstellen können, verwende nachfolgend $f(x) \approx 0,917^x$)
- b)** Berechne, wann nur noch 80% der ursprünglichen Masse vorhanden sind.
- c)** Wann sind 95% der Masse zerfallen?

Aufgabe 9:

- a)** Löse folgende Gleichung: $\lg(\sqrt{3x-2}) = -1$
- b)** Löse diese Gleichung ohne TR, forme zuerst um:
 $5 \cdot \log_b(x) = 3 \cdot \log_b(12) + \log_b(32) - 3 \cdot [\log_b(4) + \log_b(3)]$
- c)** Löse die Gleichung: $2^{2x+8} = 4^{4x}$
- d)** Löse die Gleichung: $\lg(2x) + \lg(5) = \lg(30)$

Aufgabe 10:

- a)** Forme folgende Wortlaute in eine logarithmische Gleichung um und gib die Lösung an:
 - Mit welcher Zahl muss man 7 potenzieren, um 2401 zu erhalten?
 - Potenziert man eine Zahl mit 5, so erhält man $\frac{32}{243}$.
- b)** Welche natürliche Zahl x erfüllt die Gleichung $\log_x(8) = x+1$ (Umformen und probieren!)?
- c)** Für welches $x \in \mathbb{R}_{>0}$ gilt: $\log_x(256) = x$ (Umformen und probieren)?

Aufgabe 11:

Fr. Meyer hat einen bestimmten Geldbetrag mit einem festen Zinssatz angelegt. Nach zwei Jahren hat sie 1531,20€ und nach 10 Jahren 2543,10€ auf dem Konto. Bestimme das Anfangskapital und den Zinssatz.