

Aufgaben: Teilbarkeit natürlicher Zahlen

Aufgabe 1: Bestimme zu den angegebenen Zahlen die Teilmengen.

- | | | | |
|-------|-------|-------|--------|
| a) 28 | e) 60 | i) 80 | m) 96 |
| b) 39 | f) 66 | j) 83 | n) 97 |
| c) 40 | g) 67 | k) 86 | o) 98 |
| d) 50 | h) 78 | l) 90 | p) 100 |

Aufgabe 2: Füge das entsprechende Symbol ein.

- | | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| a) $12 \square 112$ | b) $37 \square 407$ | c) $48 \square 528$ | d) $13 \square 169$ |
| e) $44 \square 928$ | f) $52 \square 250$ | g) $99 \square 990$ | h) $117 \square 444$ |

Aufgabe 3: Bestimme die fehlende Ziffer \square .

- | | | | |
|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| a) $12 \mid 12\square$ | b) $7 \mid 25\square$ | c) $15 \mid 8\square 0$ | d) $22 \mid \square 40$ |
| e) $17 \mid 13\square$ | f) $21 \mid 23\square$ | g) $14 \mid \square 96$ | h) $67 \mid 6\square 0$ |

Aufgabe 4: Bestimme folgende Teilmengen:

- | | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|----------|-------------|
| a) T_{18} | b) T_{35} | c) T_{49} | d) T_{45} | e) T_9 | f) T_{31} |
|-------------|-------------|-------------|-------------|----------|-------------|

Aufgabe 5: Gib die Vielfachenmengen an:

- | | | | |
|----------|-------------|-------------|----------|
| a) V_9 | b) V_{18} | c) V_{22} | d) V_6 |
|----------|-------------|-------------|----------|

Aufgabe 6: Überprüfe und begründe, welche der folgenden Mengen Teilmengen sind.

- | | | | |
|---------------------------------|--------------------------------|----------------------------|--|
| a) $A = \{1, 2, 3, 6\}$ | b) $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ | c) $C = \{1, 2, 3\}$ | |
| d) $D = \{3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ | e) $E = \{1, 5, 15\}$ | f) $F = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ | |

Aufgabe 7:

Gib alle Primzahlen zwischen 1 und 100 an (aus dem Kopf, ohne nachzuschlagen!).

Aufgabe 8:

Bestimme mit Hilfe des Sieb des Eratosthenes alle Primzahlen zwischen 150 und 199.

Aufgabe 9: Führe eine Primfaktorzerlegung durch.

- | | | | | | |
|----|----|----|----|----|-----|
| 27 | 63 | 73 | 76 | 91 | 96 |
| 54 | 64 | 74 | 80 | 92 | 100 |
| 61 | 72 | 75 | 81 | 93 | 420 |

Aufgabe 10: Bestimme das kgV:

- | | | | |
|------------------------|------------------------|-------------------------|---|
| a) $\text{kgV}(7;17)$ | d) $\text{kgV}(5;65)$ | g) $\text{kgV}(34;17)$ | j) $\text{kgV}(a;b)$
wenn a und b
Primzahlen sind |
| b) $\text{kgV}(2;6;3)$ | e) $\text{kgV}(2;3;8)$ | h) $\text{kgV}(78;12)$ | |
| c) $\text{kgV}(4;5)$ | f) $\text{kgV}(45;35)$ | i) $\text{kgV}(4;9;45)$ | |

Aufgabe 11: Bestimme den ggT:

- | | | | |
|------------------------|-----------------------------|-------------------------|--|
| a) $\text{ggT}(12;45)$ | e) $\text{ggT}(28;34;6)$ | i) $\text{ggT}(23;123)$ | l) $\text{ggT}(a;b)$
wenn a und b
Primzahlen
sind |
| b) $\text{ggT}(56;18)$ | f) $\text{ggT}(36;72;30)$ | j) $\text{ggT}(88;121)$ | |
| c) $\text{ggT}(17;95)$ | g) $\text{ggT}(100;200;30)$ | k) $\text{ggT}(90;315)$ | |
| d) $\text{ggT}(13;65)$ | h) $\text{ggT}(99;45)$ | | |

Aufgabe 12:

Überprüfe, ob die Zahlen 2, 3; 5, 8, 9, 10, 25 die Zahlen 125, 120, 1.457, 12.375, 42.874, 22.933, 18.000 teilen. Wenn dies der Fall ist, so trage in die Tabelle den Partnerteiler ein, ist dies nicht der Fall, so trage das „teilt nicht“-Symbol ein.

	2	3	5	8	9	10	25
125							
120							
1.457							
12.375							
45.104							
42.874							
22.933							
18.000							

Aufgabe 13:

a) Kleine Wiederholung: Nenne die Fachbegriffe zu $143 : 13$

Bei dieser Rechenoperation handelt es sich um eine, der Ausdruck $143:13$

ist ein, die Zahl 143 der und die Zahl 13 der

b) Überprüfe, ob die Teilbarkeit gilt, schreibe den Dividenden als Summe und wende die Summenregel an.

$$14 \square 280.140$$

$$15 \square 4.576$$

$$28 \square 56.280$$

$$17 \square 510.680$$

$$11 \square 224.475$$

$$19 \square 381.900$$

$$7 \square 70.076$$

$$91 \square 1\ 82.273$$

Aufgabe 14: (etwas schwieriger)

Überprüfe, ob die Aussagen wahr oder falsch sind, gib sonst ein Gegenbeispiel an: (a und b müssen nicht verschieden sein!)

a) Gilt für die natürlichen Zahlen a, b und c $a|b$, und $b|c$, dann gilt auch $a|c$.

b) Gilt für die natürlichen Zahlen a, b und c $a|b$, und $a|c$, dann gilt auch $a|(b \cdot c)$.

c) Gilt für die natürlichen Zahlen a, b und c $a|c$, und $b|c$, dann gilt auch $(a+b)|c$.

d) Gilt für die natürlichen Zahlen a, b und c $a|c$, und $b|c$, dann gilt auch $(a \cdot b)|c$.

e) Gilt für die natürlichen Zahlen a, b, c und d $a|b$, und $c|d$, dann gilt auch $(a \cdot c)|(b \cdot d)$.

f) Gilt für die natürlichen Zahlen a, b, c und d $a|b$, und $c|d$, dann gilt auch $(a \cdot c)|(b+d)$.

g) Gilt für die natürlichen Zahlen a, b, c und d $a|b$, und $c|d$, dann gilt auch $(a+c)|(b \cdot d)$.

i) Gilt für die natürlichen Zahlen a und b $a|b$, dann gilt auch $a^2|b$.

j) Gilt für die natürlichen Zahlen a und b $a|b$, dann gilt auch $a|b^3$.

k) Gilt für die natürlichen Zahlen a und b $a|b$, dann gilt auch $a^2|b^2$.

l) Gilt für die natürlichen Zahlen a, b und c $a|b$, und $a|c$, dann gilt auch $b|c$ oder $c|b$.

m) Gilt für die natürlichen Zahlen a und b $a|b$ und $b|a$, so sind a und b Primzahlen.

Aufgabe 15: Vermischte Wiederholungsaufgaben

a) Welche der angegebenen Mengen könnten Teilmengen sein? Begründe.

(1) $A = \{1, 2, 3, 6\}$

(2) $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

(3) $C = \{1, 2, 3\}$

(4) $D = \{3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

(5) $E = \{1, 5, 15\}$

b) Bestimme den ggT(a;b) und das kgV(a;b)

a	12	42	42	165	168	170	209	220	224	284	288
b	8	27	28	75	48	102	19	154	14	48	32

c) Sachaufgabe:

Ein Quader (Länge: 52 cm; Breite: 32 cm und Höhe: 48 cm) soll aus möglichst wenig Würfeln gebaut werden; die Seitenlängen des Würfels dürfen nur ganze Zentimeter messen. Gib die Anzahl der benötigten Würfel an.

d) Bestimme den ggT mithilfe der Primfaktorzerlegung.

(1) 46; 161

(2) 78; 208

(3) 96; 152

(4) 72; 168

(5) 360; 2100

e) (1) Es gelte: $\text{ggT}(a;b)=6$. Gib c so an, dass $\text{ggT}(a;b;c)=6$

(2) Gegeben sind die beiden natürlichen Zahlen a und b, wobei für b gilt: $b = 3 \cdot a$ (also b ist drei mal so groß wie a). Bestimme den $\text{ggT}(a;b)$!