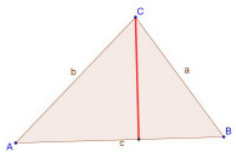
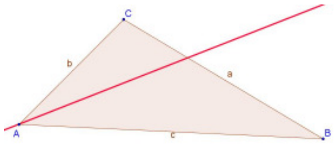
Lösungen zum Thema Geometrie

Lösungen zur Aufg. 0:

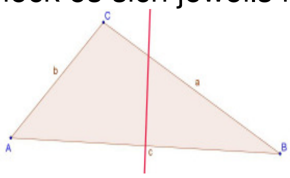
a) Gib an, um welche besondere Linie im Dreieck es sich jeweils handelt.



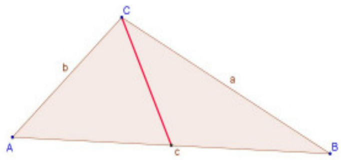
Höhe h_c



Winkelhalbierende w_α

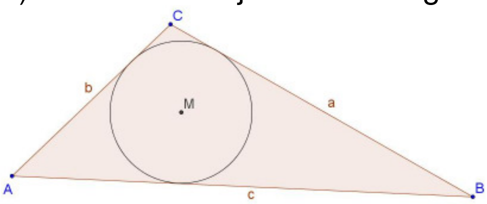


Mittelsenkrechte ms_c

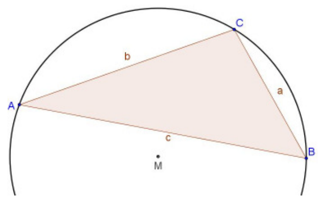


Seitenhalbierende s_c

b) Welches sind jeweils die Eigenschaften des Punktes M?



Mittelpunkt des Inkreises
Schnittpunkt der Winkelhalbierenden

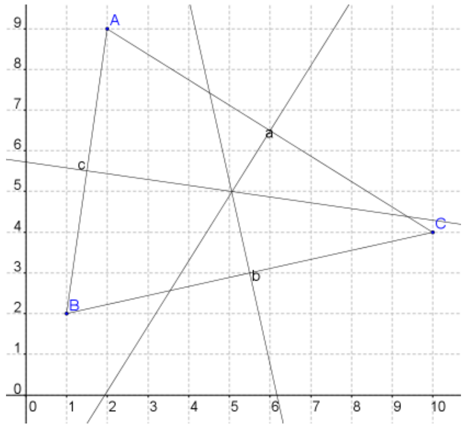


Mittelpunkt des Umkreises
Schnittpunkt der Mittelsenkrechten

Lösung zur Aufg. 1:

Zeichne in einem Koordinatensystem das Dreieck ABC mit den Punkten A(2|9), B(1|2) und C(10|4) ein. Konstruiere die Mittelsenkrechten der drei Seiten. In welchem Punkt des Koordinatensystems schneiden sie sich (ungefähr)?

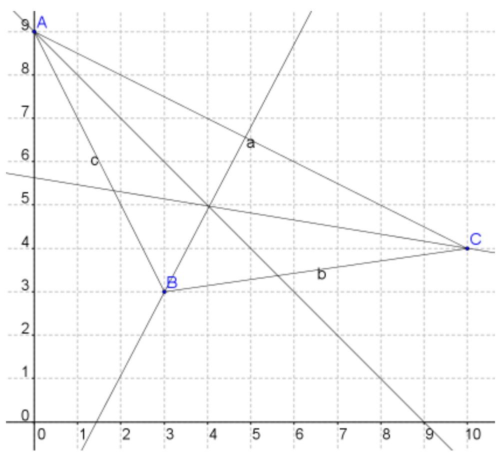
Die Mittelsenkrechten schneiden sich (ungefähr) im Punkt P(5|5).



Lösung zur Aufg. 2:

Zeichne in einem Koordinatensystem das Dreieck ABC mit den Punkten A(0|9), B(3|3) und C(10|4) ein. Konstruiere die Winkelhalbierenden der drei Innenwinkel. In welchem Punkt des Koordinatensystems schneiden sie sich (ungefähr)?

Die Winkelhalbierenden schneiden sich (ungefähr) im Punkt P(4|5).

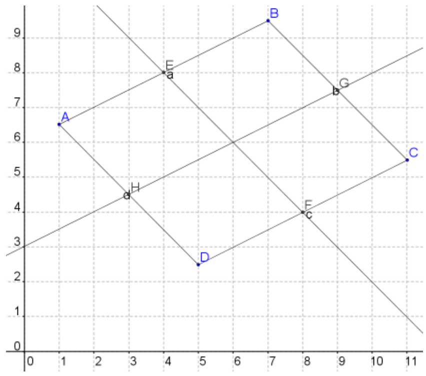


Lösung zur Aufg. 3:

a) Zeichne in einem Koordinatensystem die drei Punkte A(1|6,5), B(7|9,5) und C(11|5,5) ein. Ergänze einen Punkt D, so dass das Viereck ABCD ein Parallelogramm ist. Gib die Koordinaten des Punktes D an.
b) Konstruiere die Mittelparallelen des Parallelogramms. In welchem Punkt des Koordinatensystems schneiden sie sich (ungefähr)?

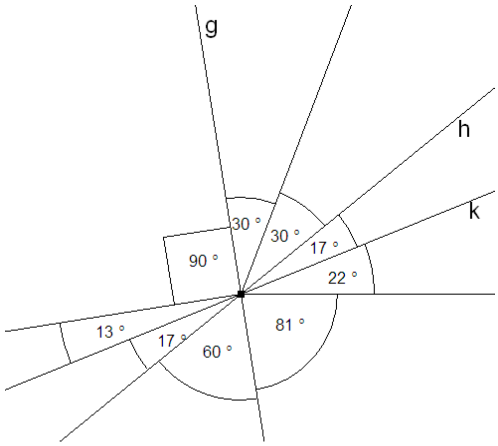
a) Der Punkt D hat die Koordinaten D(5|2,5).

b) Die Mittelparallelen schneiden sich (ungefähr) im Punkt P(6|6).



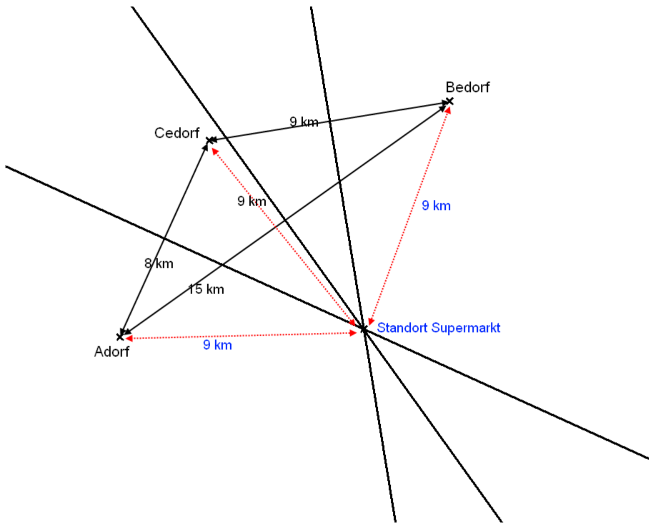
Lösung zur Aufg. 4:

α_2= 17° (gegeben)
α_4= 17° Scheitelwinkel von α_2
β_4= 13° 30°–α_2=30°–17°=13°
β_3= 60° 180°–90°–30° = 60°
α_1= 30° w halbiert β_3= 60° in je zwei gleich große Winkel, also ja 30°
β_1= 30° β_1= α_1 = 30°
β_2= 22° 180°–17°–60° = 103°
β_2+α_3=103° und α_3–β_2=59°
Daraus ergibt sich: β_2=22° und α_3=81°



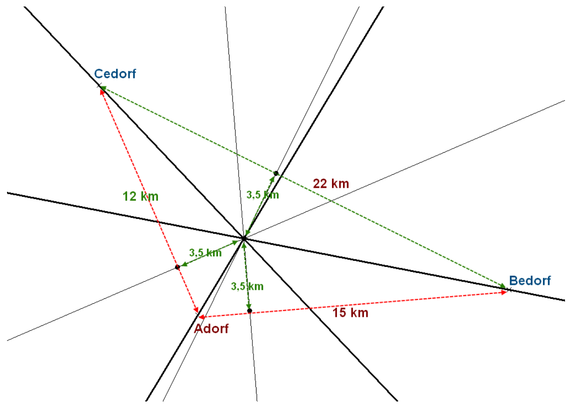
Lösung zur Aufg. 5:

Der Supermarkt liegt rund 9 km von den Dörfern entfernt. (Siehe Zeichnung rechts)
Wir wählen als Maßstab zum Zeichnen z.B. 1 km in der Aufgabe entspricht 1 cm in der Zeichnung.
Wir erstellen das Dreieck, das sich aus den Entfernungen der drei Dörfer ergibt, und konstruieren die drei Mittelsenkrechten der Dreieckseiten. Der Schnittpunkt ist der Standort des Supermarktes, nur hier ist der Abstand zu jeder Dorfmitte gleich, nachgemessen rund 9 cm in der Zeichnung bzw. 9 km in der Aufgabe.



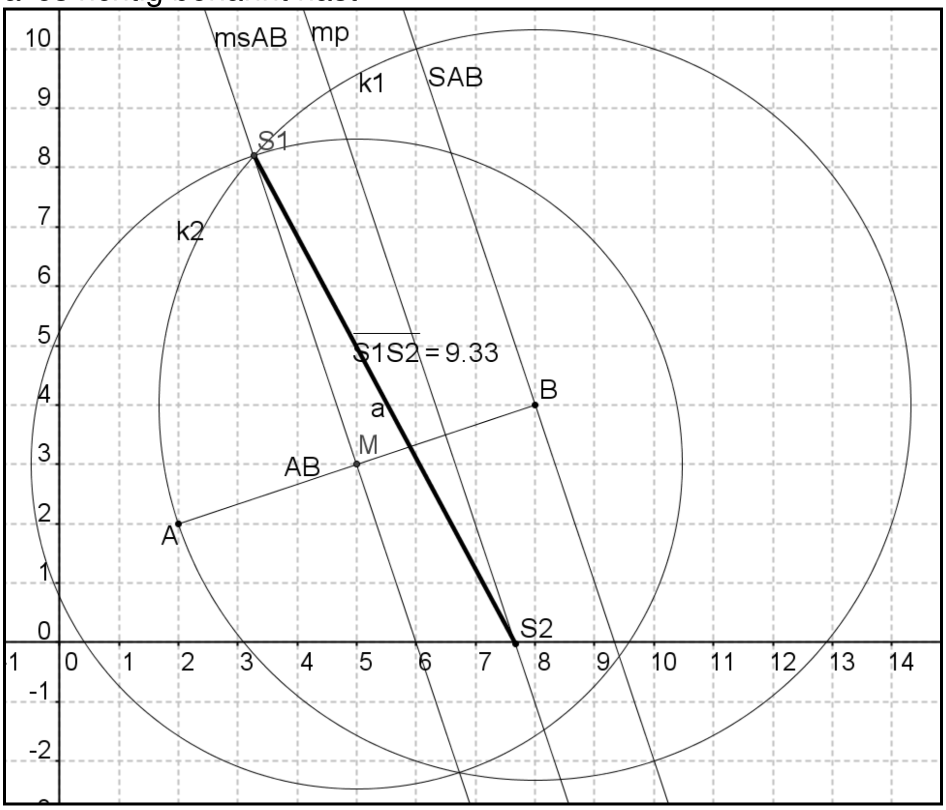
Lösung zur Aufg. 6:

Der Postkasten liegt rund 3,5 km von den drei Straßen entfernt. (Siehe Zeichnung rechts) Wir wählen als Maßstab zum Zeichnen z.B. 1 km in der Aufgabe entspricht 1 cm in der Zeichnung. Wir erstellen das Dreieck, das sich aus den Entfernungen der drei Dörfer ergibt, und konstruieren die drei Winkelhalbierenden der Innenwinkel. Der Schnittpunkt ist der Standort des Postkastens, nur hier ist der Abstand zu jeder Straße gleich, denn es ist der Mittelpunkt des Inkreises. Wir messen den Abstand, indem wir durch den Mittelpunkt auf jede Seite eine Senkrechte zeichnen. Der Abstand vom Mittelpunkt zum Schnittpunkt von der Senkrechten und Seite beträgt 3,5 cm, also 3,5 km in der Aufgabe.



Lösung zur Aufg. 7:

Überprüfung in der Lösungszeichnung, ob du richtig konstruiert hast. Deine Strecke S_1S_2 muss rund 9,3 cm lang ist sein. Kontrolliere auch, ob du in deiner Zeichnung alles richtig benannt hast.

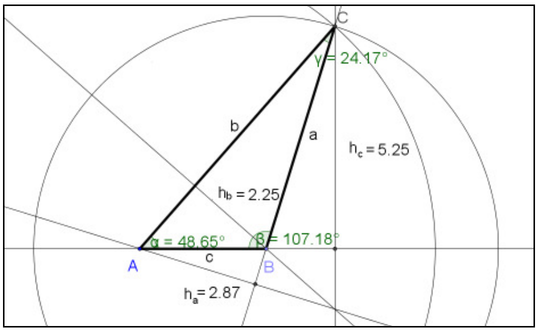


Lösungen Aufg. 8:

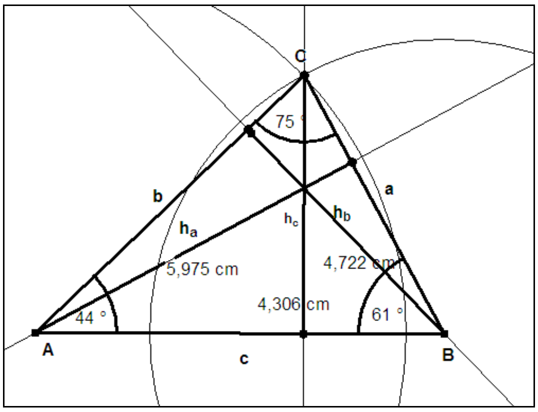
a) $\alpha = 49°$; $\beta = 107°$; $\gamma = 24°$; $h_a = 2{,}9$ cm; $h_b = 2{,}3$ cm; $h_c = 5{,}3$ cm
b) $\alpha = 44°$; $\beta = 61°$; $\gamma = 75°$; $h_a = 6$ cm; $h_b = 4{,}7$ cm; $h_c = 4{,}3$ cm

Konstruktionsbeschreibung für a), gilt auch für b) mit den entsprechenden Größen.

- ✓ Zeichne die Strecke c.
- ✓ Schlage einen Kreisbogen mit dem Radius b=7 cm um den Punkt A.
- ✓ Schlage einen Kreisbogen mit dem Radius a=5,5 cm um den Punkt B.
- ✓ Ein Schnittpunkt der Kreisbögen ist der Punkt C.



Zeichnung zu a)



Zeichnung zu b)

Lösungen Aufg. 9:

a) α = 38°; ß = 51°; γ = 91°; h_a = 5,5 cm; h_b = 4,4 cm; c = 7,1 cm
b) α = 43°; ß = 56°; γ = 81°; h_a = 4,9 cm; h_b = 4,1 cm; a = 6 cm

Konstruktionsbeschreibung für a), gilt auch für b) mit den entsprechenden Größen.

- ✓ Zeichne die Strecke h_c.
- ✓ Konstruiere eine Senkrechte s zu h_c durch den Lotfußpunkt von h_c.
- ✓ Schlage einen Kreisbogen mit dem Radius b=5,5 cm um den Punkt C (Endpunkt der Strecke h_c).
- ✓ Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit der Senkrechten s ist der Punkt A.
- ✓ Schlage einen Kreisbogen mit dem Radius a=4,4 cm um den Punkt C.
- ✓ Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit der Senkrechten s ist der Punkt B.

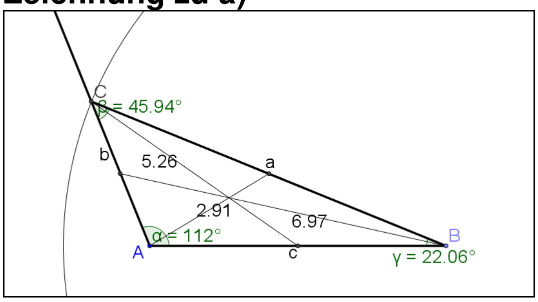
Lösungen Aufg. 10:

a) s_a = 2,9 cm; s_b = 7 cm; s_c = 5,3 cm; b = 3,4 cm; ß = 22°; γ = 46°
b) s_a = 5,2 cm; s_b = 3,8 cm; s_c = 4,5 cm; a = 4,3 cm; α = 44°; γ = 59°

Konstruktionsbeschreibung für a), gilt auch für b) mit den entsprechenden Größen.

- ✓ Zeichne die Strecke c.
- ✓ Konstruiere den Winkel α auf die Strecke c am Punkt A.
- ✓ Schlage einen Kreisbogen mit dem Radius a=8 cm um den Punkt B.
- ✓ Der Schnittpunkt des Kreisbogens um B mit dem zweiten Schenkel von α ergibt den Punkt C.

Zeichnung zu a)

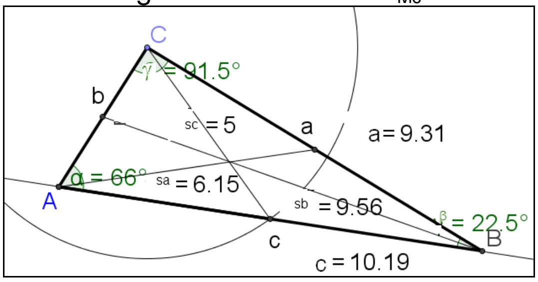


Lösungen Aufg. 11:

a) ß = 23°; γ = 92°; s_a = 6,2 cm; s_b = 9,6 cm; a = 9,3 cm; c = 10,2 cm
b) α = 110°; ß = 20°; s_b = 9,7 cm; s_c = 6,9 cm; a = 10,9 cm; c = 8,9 cm

Konstruktionsbeschreibung für a), gilt auch für b) mit den entsprechenden Größen.

- ✓ Zeichne die Strecke b.
- ✓ Konstruiere den Winkel α auf die Strecke b am Punkt A.
- ✓ Schlage einen Kreisbogen mit dem Radius s_c=5 cm um den Punkt C (Endpunkt Strecke b).
- ✓ Der Schnittpunkt S_{Mc} des Kreisbogens um C mit dem zweiten Schenkel von α ergibt den Mittelpunkt von c.
- ✓ Verlängere die Strecke AS_{Mc} bis zum Punkt B.



Konstruktion zu a)

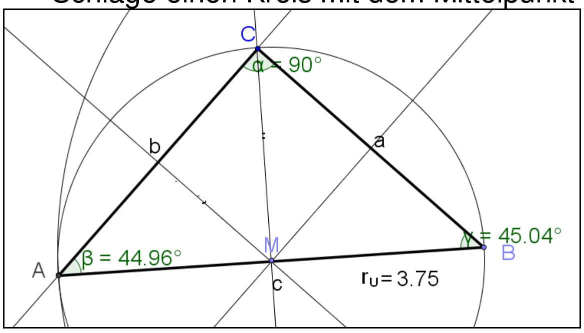
Lösungen Aufg. 12:

a) b = 5,3 cm; α = 45 °; ß = 45°; r_U=3,8 cm

b) b = 4,9 cm; c = 5,1 cm; α = 74°; r_U= 3,1 cm

Konstruktionsbeschreibung für a), gilt auch für b) mit den entsprechenden Größen.

- ✓ Zeichne die Strecke a.
- ✓ Konstruiere den Winkel $\gamma=90°$ auf die Strecke a am Punkt C.
- ✓ Schlage einen Kreisbogen mit dem Radius c=7,5 cm um den Punkt B (Endpunkt Strecke a).
- ✓ Der Schnittpunkt des Kreisbogens um B mit dem zweiten Schenkel von γ ergibt den Punkt A.
- ✓ Konstruiere den Schnittpunkt M der drei Mittelsenkrechten auf die Seiten a, b und c.
- ✓ Schlage einen Kreis mit dem Mittelpunkt M durch den Punkte A. (Dies ist der Umkreis).



Konstruktion zu a)

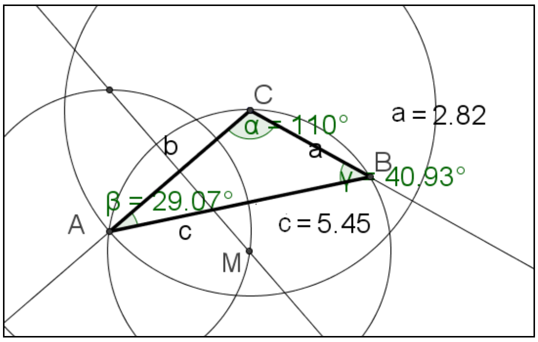
Lösungen Aufg. 13:

a) a = 2,8 cm; c = 5,5 cm; α = 29°; ß = 41°

b) b = 6,4 cm; c = 5,3 cm; α = 40°; γ = 55°

Konstruktionsbeschreibung für a), gilt auch für b) mit den entsprechenden Größen.

- ✓ Konstruiere den Winkel $\gamma=110°$ mit dem Punkt C als Scheitelpunkt.
- ✓ Schlage einen Kreisbogen mit dem Radius b=3,8 cm um den Punkt C (Scheitelpunkt γ).
- ✓ Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit dem Schenkel ergibt den Punkt A.
- ✓ Konstruiere die Mittelsenkrechte m_s der Strecke b.
- ✓ Schlage einen Kreisbogen mit Mittelpunkt A und dem Radius r_U=2,9 cm.
- ✓ Der Schnittpunkt des Kreisbogens und der Mittelsenkrechten m_s ergibt den Punkt M (Mittelpunkt des Umkreises)
- ✓ Schlage einen Kreisbogen um M durch die Punkte A (und C).
- ✓ Der Schnittpunkt dieses Kreises mit dem zweiten Schenkel von γ ergibt den Punkt B.



Konstruktion zu a)

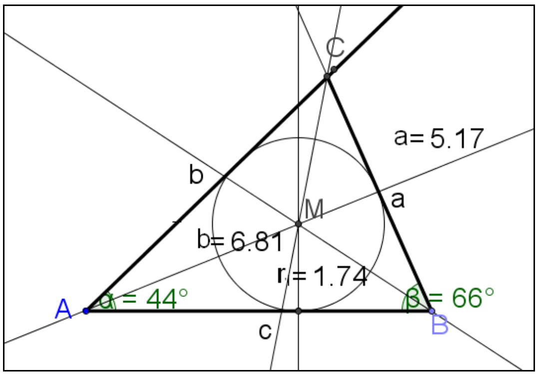
Lösungen Aufg. 14:

a) ß = 66°; a = 5,2 cm; b = 6,8 cm; r_I = 1,7 cm

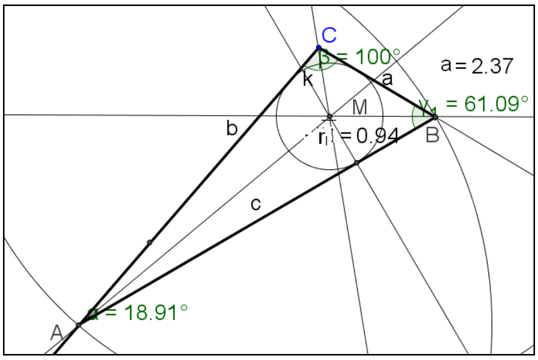
b) α = 19°; ß = 61°; a = 2,4 cm; r_I = 0,9 cm

Konstruktionsbeschreibung für a)

- ✓ Zeichne die Strecke c.
- ✓ Konstruiere den Winkel α=44°.
- ✓ Konstruiere den Winkel α=66° (180°-44°-70°=66°).
- ✓ Der Schnittpunkt der beiden Schenkel ergibt den Punkt C.
- ✓ Konstruiere zu den drei Innenwinkeln die Winkelhalbierenden.
- ✓ Der Schnittpunkt der drei Winkelhalbierenden ergibt den Inkreismittelpunkt $M_{I.}$
- ✓ Konstruiere auf die Seite c eine Senkrechte, die durch den Punkt M_I verläuft.
- ✓ Schlage einen Kreis um M_I durch den Schnittpunkt der Senkrechten mit der Seite c.
- ✓ Dieser Kreis ist der Inkreis des Dreiecks.



Konstruktion zu a)



Konstruktion zu b)

Konstruktionsbeschreibung für b)

- ✓ Konstruiere den Winkel γ=100° mit dem Punkt C als Scheitelpunkt.
- ✓ Schlage einen Kreisbogen mit dem Radius b=6,4 cm um den Punkt C (Scheitelpunkt γ).
- ✓ Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit dem Schenkel ergibt den Punkt A.
- ✓ Schlage einen Kreisbogen um den Punkt A mit dem Radius r= 7,2 cm.
- ✓ Der Schnittpunkt dieses Kreises mit dem zweiten Schenkel von γ ergibt den Punkt B.
- ✓ Der Schnittpunkt der drei Winkelhalbierenden ergibt den Inkreismittelpunkt $M_{I.}$
- ✓ Konstruiere auf die Seite c eine Senkrechte, die durch den Punkt M_I verläuft.
- ✓ Schlage einen Kreis um M_I durch den Schnittpunkt der Senkrechten mit der Seite c.
- ✓ Dieser Kreis ist der Inkreis des Dreiecks.

Lösungen Aufg. 15

a) a = 13,8 cm; c = 13,3 cm; α = 83°; ß = 26°; γ = 72°

b) b = 8,3 cm; c = 8,9 cm; α = 34°; ß = 67°; γ = 79°