Lösungen zur Aufg. 1:

	Pyramide 1	Pyramide 2	Pyramide 3	Pyramide 4
Grundseite a	4 cm	16 m	**12 dm**	**12 mm**
Höhe h	6 cm	**28,5 m**	12 dm	10 mm
Seitenhöhe h_s	**6,32 cm**	**29,60 m**	**13,42 dm**	**11,66 mm**
Kantenlänge s	**6,63 cm**	**30,66 m**	**14,70 dm**	**13,11 mm**
Oberflächeninhalt Mantel	**50,60 cm²**	**947,25 m²**	**321,99 dm²**	279,89 mm²
Oberflächeninhalt Pyramide	**66,60 cm²**	**1203,25 m²**	**465,99 dm²**	423,89 mm²
Volumen Pyramide	**32 cm³**	2432 m³	576 dm³	**480 mm³**

Lösungen zur Aufg. 2:

	Kegel 1	Kegel 2	Kegel 3
Radius r	6,7 cm	**10 cm**	**2,5 dm**
Höhe h	18,8 cm	10 cm	17 dm
Mantellinie s	**19,96 cm**	**14,14 cm**	**17,18 dm**
Flächeninhalt Grundfläche	**141,03 cm²**	**314,16 cm²**	**19,63 dm²**
Flächeninhalt Mantel	**420,09 cm²**	**444,29 cm²**	134,95 dm²
Flächeninhalt Kegel	**561,12 cm²**	**758,45 cm²**	154,59 dm²
Volumen Kegel	**883,76 cm³**	1047,20 cm³	**111,26 dm³**

Lösungen zur Aufg. 3:

	Pyramide 1	Pyramide 2	Pyramide 3
Grundseite a	4 cm	6 cm	5 m
Grundseite b	8 cm	**12 cm**	13 m
Höhe h	6 cm	22 cm	**3,9 m**
Kantenlänge s	**7,48 cm**	**23,00 cm**	7,98 m
Oberflächeninhalt Mantel	**79,44 cm²**	**403,26 cm²**	**98,12 m²**
Oberflächeninhalt Pyramide	**111,44 cm²**	**475,26 cm²**	**163,12 m²**
Volumen Pyramide	**64 cm³**	528 cm³	**84,5 m³**

Lösungen zur Aufg. 4:

$V=\frac{1}{3}\cdot G\cdot h$ (mit Grundfläche G und Höhe h)

$= \frac{1}{3}\cdot a\cdot a\cdot 3a = a^3$

Das Volumen dieser Pyramide beträgt $V= a^3$

Für die Höhe h_s einer Dreiecksseite gilt:

$h_s^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + (3a)^2 = \frac{a^2}{4} + 9a^2 = \frac{37}{4}a^2$

$h_s = \sqrt{\frac{37}{4}a^2} = \sqrt{\frac{37}{4}}\cdot\sqrt{a^2} = \sqrt{\frac{37}{4}}\cdot a$

O= G+M

$= a\cdot a + 4\cdot\frac{1}{2}\cdot a\cdot\sqrt{\frac{37}{4}}\cdot a = a^2 + 2\cdot\sqrt{\frac{37}{4}}\,a^2 \approx 7{,}08\,a^2$

Der Oberflächeninhalt der Pyramide beträgt rund **7,08 a²**.

Lösung zur Aufg. 5:

$U = 2\cdot\pi\cdot r \approx 2\cdot 3{,}14\cdot r = 20{,}41 \quad\Rightarrow\quad r=20{,}41:(2\cdot 3{,}14) \approx 3{,}25$ (Umfang U, Radius r)

Der Radius beträgt also rund 3,25 m.

$V= \frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 3{,}25^2\cdot 7 \approx 77{,}39$

Es werden dort rund **77,39 m³** Getreide gelagert.

Lösung zur Aufg. 6:

Für die Seitenlänge der Grundfläche a der einen Pyramide gilt:

$a^2 = \left(\frac{12}{2}\right)^2 + \left(\frac{12}{2}\right)^2$

$= 72$

$\Rightarrow a = \sqrt{72}$

Für das Volumen V_{DP} der Doppeltpyramide gilt:

$V_{DP} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt{72} \cdot \sqrt{72} \cdot 6$

$= 4 \cdot 72 = 288$

$V_{DP} = 288\ cm^3$

Für das Volumen V_W des Würfels gilt:

$V_W = 12^3\ m^3 = 1728\ m^3$

Nun betrachten wir das Verhältnis der Rauminhalte von Würfel und Doppeltpyramide:

$\frac{V_W}{V_{DP}} = \frac{1728 m^3}{288 m^3} = 6$

Das Volumen des Würfels ist sechs Mal so groß wie das Volumen der Doppeltpyramide

Lösung zur Aufg. 7:

Für die Seitenlänge der Grundfläche a der einen Pyramide gilt:

$a^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$

$= \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4} = \frac{1}{2}x^2$

$\Rightarrow a = \sqrt{\frac{1}{2}x^2}$

Für das Volumen V_{DP} der Doppeltpyramide gilt:

$V_{DP} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}x^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}x^2} \cdot \frac{x}{2}$

$= 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} x^2 \cdot \frac{x}{2} = \frac{x^3}{6}$

$V_{DP} = \frac{x^3}{6}$

Für das Volumen V_W des Würfels gilt:

$V_W = x^3$

Nun betrachten wir das Verhältnis der Rauminhalte von Würfel und Doppeltpyramide:

$\frac{V_W}{V_{DP}} = \frac{x^3}{\frac{x^3}{6}} = 6$

Das Volumen des Würfels ist sechs Mal so groß wie das Volumen der Doppeltpyramide

Lösungen zur Aufg. 8:

	P1	P2	P3	P4	P5
Grundseitenlänge a	3 cm	14 cm	12 cm	8,8 dm	1346 m
Deckseitenlänge b	2 cm	5 cm	3 cm	2,4 dm	**234 m**
Höhe h	4 cm	**8 cm**	13 cm	**15 dm**	125 m
Volumen	**25,33 cm^3**	776 cm^3	**819 cm^3**	521,6 dm^3	90.893.166,67 m^3

Lösungen zur Aufg. 9:

	K1	K2	K3	K4
Grundflächenradius r_1	4 m	18 m	12,5 dm	6 cm
Deckflächenradiusr_2	2 m	12 m	7,7 dm	1 cm
Höhe h	4 m	8 m	**8,4 dm**	**12 cm**
Volumen	**117,29 m^3**	**5730,27 m^3**	2742,65 dm^3	**540,35 cm^3**
Länge Mantellinie s	**4,47 m**	**10 m**	**9,6747 dm**	13 cm
Oberflächeninhalt	**147,13 m^2**	**2412,74 m^2**	**1291,1 dm^2**	**402,12 cm^2**

Lösungen zur Aufg. 10:

a)

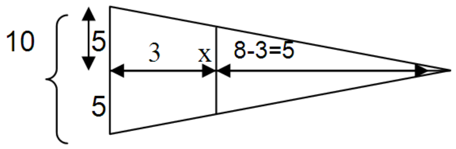
	T1	T2
Kantenlänge a	4 cm	**18 m**
Volumen	**7,54 cm^3**	**687,31 m^3**
Oberflächeninhalt	**27,71 cm^2**	561,18 m^2

b)

	O1	O2
Kantenlänge a	6 m	**4,6 cm**
Volumen	**101,82 m^3**	**45,88 cm^3**
Oberflächeninhalt	**124,71 m^2**	73,30 cm^2

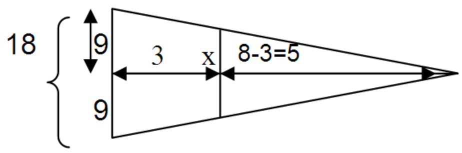
Lösungen zur Aufg. 11:

a)



Mit dem Strahlensatz gilt: $\frac{x}{8-3} = \frac{5}{8} \Rightarrow x = \frac{25}{8} = 3{,}125$

Die eine Seitenlänge der Deckfläche ist 2·3,125, also 6,25 cm lang.



Mit dem Strahlensatz gilt: $\frac{x}{8-3} = \frac{9}{8} \Rightarrow x = \frac{45}{8} = 5{,}625$

Die andere Seitenlänge der Deckfläche ist 2·5,625, also 11,25 cm lang.

$A_D = 11{,}25 \text{ cm} \cdot 6{,}5 \text{ cm} = \underline{\mathbf{70{,}3125 \text{ cm}^2}}$

b)

$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 70{,}3125 \text{ cm}^2 \cdot 5 \text{ cm} = \underline{\mathbf{117{,}188 \text{ cm}^3}}$

c) <u>1. Möglichkeit:</u> Pyramidenstumpfformel: $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (A_G + A_D + \sqrt{A_G \cdot A_D})$

$V = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot (180 + 70{,}3125 + \sqrt{180 \cdot 70{,}3125}) \approx 362{,}813 \quad \Rightarrow \underline{\mathbf{V \approx 362{,}81 \text{ cm}^3}}$

<u>2. Möglichkeit:</u>

Differenz der Volumina von Ursprungspyramide und Ergänzungspyramide:

$V = V_{\text{Ursprungspyramide}} - V_{\text{Ergänzungspyramide}}$

$= \frac{1}{3} \cdot 180 \cdot 8 - 117{,}188$

$= 480 - 117{,}188 = 362{,}812 \quad \Rightarrow \underline{\mathbf{V \approx 362{,}81 \text{ cm}^3}}$

Lösungen zur Aufg. 11:

	K1	K2	K3	K4	K5	K6
R	12 cm	10 cm	**24,5 cm**	**3,14 m**	**100 dm**	**0,1 mm**
V	**7.238,23 cm³**	**4.188,79 cm³**	**61.600,87 cm³**	129,68 m³	**4.188.790,20 dm³**	0,0042 mm³
O	**1.809,56 cm²**	**1.256,64 cm²**	7.542,96 cm²	**123,90 m²**	125.663,71 dm²	**0,13 mm²**

Lösungen zur Aufg. 12:

a) $O = 750.000.000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot (0{,}1\text{mm})^2 \approx 94.220.000\ \text{mm}^2 = 942.200\ \text{cm}^2 = 9.422\ \text{dm}^2 = 94{,}22\ \text{m}^2$

Die Gesamtfläche, die für den Gasaustausch zur Verfügung steht, hat einen ungefähren Flächeninhalt von **94,22 m²**.

b) $V_{Zylinder} = V_{Kugel}$ $\quad V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 50^3 \approx 523333$ $\quad V_{Zylinder} = \pi \cdot 35^2 \cdot h \approx 3846{,}5 \cdot h$

Es gilt: $523333 = 3846{,}5 \cdot h \quad \Rightarrow h \approx 136$ mm

Der Zylinder war rund **136 mm** hoch.

Lösungen zur Aufg. 13:

a) $V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot (10{,}8^2 + 7{,}8^2 + \sqrt{10{,}8^2 \cdot 7{,}8^2}) \approx 523{,}44$ $\qquad V \approx 523{,}44\ \text{cm}^3$

Es passen rund **523,44 cm³** Sand in den Kasten.

b) $V_{außen} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot (12^2 + 9^2 + \sqrt{12^2 \cdot 9^2}) = 666$ $\qquad V_{außen} = 666\ \text{cm}^3$

$V_{innen} \approx 523{,}44\ \text{cm}^3$ (siehe Aufg. a))

$V_{Rand} = V_{außen} - V_{innen} \approx 666 - 523{,}44 = 142{,}56$

Es wurde rund **142,56 cm³** Zement benötigt.