Lösungen zur Aufg. 1:

2: Basis 3: Exponent 2^3: Potenz 8: Wert der Potenz

Lösungen zur Aufg. 2:

Wir **multiplizieren** Potenzen mit gleicher Basis, indem wir die **Exponenten** addieren und die Basis **beibehalten**.
Wir **potenzieren** Potenzen, indem wir die **Exponenten** multiplizieren und die Basis beibehalten.
Wir potenzieren ein **Produkt**, indem wir jeden **Faktor** mit dem Exponenten **potenzieren** und die Basen beibehalten.
Der **Wert** einer Potenz, bei der der Exponent **null** ist, beträgt für alle **Basen** eins.

Lösungen zur Aufg. 3:

Vereinfache diese Potenzterme, im Exponenten soll keine negative Zahl stehen.

a) $\frac{a^5}{a^7} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$

b) $\frac{a^9 \cdot a^3}{a^7} = a^5$

c) $a^0 \cdot 2^4 = 16$

d) $\frac{b^8}{b^2 \cdot b^5} = b$

e) $\frac{x^5 \cdot a^4 \cdot a^4}{a \cdot a^3 \cdot x^2} = x^3 \cdot a^4$

f) $\frac{a^{-5}}{a^2} = a^{-7} = \frac{1}{a^7}$

g) $\frac{b^6}{b^{-4}} = b^{10}$

h) $b^{-4} \cdot b^6 = b^2$

i) $m^4 : m^{-3} = m^7$

j) $\frac{a^n}{a^2} = a^{n-2}$

k) $\frac{z^3 \cdot z^{5m}}{z^m} = z^{3+4m}$

l) $\frac{v^{-m}}{v^m} = v^{-2m} = \frac{1}{v^{2m}}$

m) $\frac{a^6 \cdot b^9 \cdot c^3 \cdot d^8 \cdot a^{15} \cdot c^4 \cdot c^2}{d^2 \cdot a^4 \cdot b^2 \cdot b^3 \cdot c} = a^{17} \cdot b^4 \cdot c^8 \cdot d^6$

n) $\frac{a^{7-n}}{a^{4+n}} = a^{3-2n}$

o) $\frac{b^{x+y} \cdot a^4}{a^{4-y} \cdot b^{2+y}} = a^y \cdot b^{x-2}$

p) $\frac{4^3 \cdot 5^4}{5^3 \cdot 3^2} = \frac{64 \cdot 5}{9} = 35\frac{5}{9}$

q) $\frac{s^6}{s^4 \cdot s^2} = s^0 = 1$

r) $\frac{8^7}{8 \cdot 2^3 \cdot 8^5} = 1$

Lösungen zur Aufg. 4:

Löse die Klammern auf und vereinfache, im Exponenten soll keine negative Zahl stehen.

a) $(2 \cdot x \cdot y^4)^3 = 8 \cdot x^3 \cdot y^{12}$

b) $(a^2 \cdot b^3 \cdot c^6)^5 = a^{10} \cdot b^{15} \cdot c^{30}$

c) $(2 \cdot x \cdot b^2 \cdot c^2 \cdot x^7)^4 = 16 \cdot b^8 \cdot c^8 \cdot x^{32}$

d) $\left(\frac{3 \cdot a^3}{4 \cdot b^4}\right)^3 = \frac{27 \cdot a^9}{64 \cdot b^{12}}$

e) $4 \cdot \left(\frac{x^3 \cdot y^2}{2 \cdot b^4 \cdot x^2}\right)^5 = \frac{x^5 \cdot y^{10}}{8 \cdot b^{20}}$

f) $(x^6 \cdot b^{-4} \cdot 2^2)^3 = \frac{64 \cdot x^{18}}{b^{12}}$

g) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 0{,}16$

h) $\left(\left(x^2 \cdot b^3\right)^3\right)^7 = x^{42} \cdot b^{63}$

i) $\frac{a^{100}}{a^{10}}$ a^{90}

j) $\left(3 \cdot x^2 \left(\frac{c}{x^2}\right)^3\right)^5 = \frac{243 \cdot c^{15}}{x^{20}}$

k) $\left(a \cdot \left(v^2 \cdot \left(\frac{v^5}{m^4}\right)^2\right)^3\right)^{10} = \frac{a^{10} \cdot v^{360}}{m^{240}}$

l) $\left(\frac{a^3 \cdot b^{-3}}{c^{-2}}\right)^4 = \frac{a^{12} \cdot c^8}{b^{12}}$

m) $(a^n)^2 = a^{2 \cdot n}$

n) $(a^3 \cdot b^m)^n = a^{3 \cdot n} \cdot b^{m \cdot n}$

o) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$ $2{,}5$

p) $(a^4 \cdot b^5 \cdot 7^x)^0 = 1$

q) $\left(\frac{a^m \cdot c^k}{b^{2 \cdot m}}\right)^n = \frac{a^{m \cdot n} \cdot c^{k \cdot n}}{b^{2 \cdot m \cdot n}}$

r) $\left(\frac{a^m \cdot c^k}{b^{2 \cdot m}}\right)^m = \frac{a^{m \cdot m} \cdot c^{k \cdot m}}{b^{2 \cdot m \cdot m}} = \frac{a^{m^2} \cdot c^{k \cdot m}}{b^{2 \cdot m^2}}$

Lösungen zur Aufg. 5: Vereinfache, indem du Klammern setzt.

a) $a^4 \cdot b^4 = (a \cdot b)^4$
b) $27 \cdot b^3 = (3 \cdot b)^3$
c) $16 \cdot b^4 \cdot m^4 = (2 \cdot b \cdot m)^4$
d) $x^3 \cdot v^6 \cdot n^3 = (x \cdot v^2 \cdot n)^3$
e) $6 \cdot d^7 m7 = 6 \cdot (d \cdot m)^7$
f) $125 \cdot a^3 \cdot b^3 \cdot a^9 = (5 \cdot a^4 \cdot b)^3$
g) $a^6 \cdot d^9 \cdot e^6 \cdot w^{12} = (a^2 \cdot d^3 \cdot e^2 \cdot x^4)^3$
h) $\frac{a^3 \cdot b^3}{c^3} = \left(\frac{a \cdot b}{c}\right)^3$
i) $\frac{v^8 \cdot w^{12}}{e^4} = \left(\frac{v^2 \cdot w^3}{e}\right)^4$
j) $16 \cdot \frac{x^{20} \cdot y^{28}}{v^{12} w^4} = \left(2 \cdot \frac{x^5 \cdot y^7}{v^3 \cdot w}\right)^4$
k) $125 \cdot 8 \cdot 27 \cdot 64 = (5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4)^3 = 120^3$
l) x^{-5} $\left(\frac{1}{x}\right)^5$
m) $a^{-2} \cdot b^4 \cdot d^{-6} = \left(\frac{b^2}{a \cdot d^3}\right)^2$

Lösungen zur Aufg. 6:

a) $10.000\,€ \cdot 1{,}03^5 \approx 11.953\,€$ $\quad 10.000\,€ \cdot 1{,}03^{12} \approx 14.258\,€$
Nach 5 Jahren beträgt sein Guthaben rund 11.953 € und nach 12 Jahren rund 14.258 €.
b) Durch Probieren: $10.000\,€ \cdot 1{,}03^{23} \approx 19736\,€$ und $10.000\,€ \cdot 1{,}03^{24} \approx 20.328\,€$
Nach 24 Jahren hat sich sein Guthaben verdoppelt.
c) $G(t) = 10.000\,€ \cdot 1{,}03^t$

Lösungen zur Aufg. 7:

a) $26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 26^3 \cdot 10^7 = \mathbf{17576 \cdot 10^7 = 175.760.000.000 = 1{,}7576 \cdot 10^{11}}$
b) Die Anzahl der Einwohner Entenhausens im Jahre 2002 sei die Variable x.
$150.014 = x \cdot 1{,}025^8 \Rightarrow x = \frac{150.014}{1{,}025^8} \approx 123123{,}48$
Im Jahre 2002 hatte Entenhausen rund **<u>123.123 Einwohner</u>**.
c) Die längere Seite wird nur bei jeder zweiten Faltung um die Hälfte verkürzt, also ist sie nach dem Falten $100\,cm \cdot 0{,}5^8 \approx$ **<u>0,39 cm ≈ 4 mm</u>** lang.
Der Flächeninhalt wird bei jeder Faltung halbiert, also beträgt er nur noch $\frac{1}{2^{16}} = \frac{1}{65536}$ der ursprünglichen Größe.
Das Papier <u>am Anfang</u> hatte den Flächeninhalt: $A_0 = 100\,cm \cdot 50\,cm = 5.000\,cm^2$
Das Papier <u>nach dem Falten</u> hat den Flächeninhalt:
$A_{16} = 5.000\,cm^2 \cdot 0{,}5^{16} \approx 0{,}076\,cm^2 =$ **<u>7,6 mm²</u>**
d) nach einer Minute: $2 \cdot 2 = 2^2 = 4$ Steine
nach zwei Minuten: $3 \cdot 3 = 3^2 = 9$ Steine
nach drei Minuten: $4 \cdot 4 = 4^2 = 16$ Steine
nach 12 Minuten: $13 \cdot 13 = 169$ Steine
nach 13 Minuten: $14 \cdot 14 = 196$ Steine $\quad 196 - 169 = 27$
Es werden zwischen der 12. und 13. Minute **<u>27 Steine</u>** hinzugelegt.

Lösungen zur Aufg. 8:

$$\frac{a^{n+1}+a^{n+2}}{a^n+a^{n+1}} = \frac{a^n \cdot a^1 + a^{n+1+1}}{a^n+a^{n+1}} = \frac{a^n \cdot a + a^{n+1} \cdot a}{a^n+a^{n+1}} = \frac{a \cdot (a^n + a^{n+1})}{a^n+a^{n+1}} = \frac{a \cdot (a^n + a^{n+1})}{(a^n+a^{n+1})} = a$$