

Aufgaben zur Differentialrechnung

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie mit Hilfe des Differenzenquotienten (und einer Grenzwertbildung) die Ableitungsfunktion zu den vier angegebenen Funktionen.

a) $f(x) = x^2 - 3x$

b) $g(x) = 5x^2$

c) $h(x) = x^3$

d) $k(x) = x^4$

Aufgabe 2:

Geben Sie bei a) bis j) zur Funktion f die zugehörige Ableitungsfunktion f' an.

a) $f(x) = x^2$

e) $f(x) = 4x^3$

i) $f(x) = 5x^2 + 2x$

b) $f(x) = x^3$

f) $f(x) = 25x^4$

j) $f(x) = 10x^3 - 7x^2 + 4x$

c) $f(x) = x^4$

g) $f(x) = x^2 - 5x + 1$

d) $f(x) = 3x^2$

h) $f(x) = x^2 + 7x - 9$

Aufgabe 3:

a) Bestimmen Sie zu f_i jeweils die Ableitungsfunktion f_i' .

b) Geben Sie die Funktionsgleichung von f_i' so an, dass der Exponent der Funktionsvariable eine natürliche Zahl ist (also keine negative Zahl und kein Bruch).

$f_1(x) = \sqrt{x}$

$f_2(x) = \sqrt[3]{x}$

$f_3(x) = \sqrt[4]{x^8}$

$f_4(x) = \sqrt[3]{x^2}$

$f_5(x) = \sqrt{\frac{1}{x}}$

$f_6(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

$f_7(x) = \frac{3x}{6\sqrt{x^4}}$

$f_8(x) = \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{3}}$

$f_9(x) = x^5 - 4x^2 + 3x$

$f_{10}(a) = 3ax + 4a^2$

$f_{11}(x) = \sqrt{2}x + \sqrt{3}x^{-3} + \sqrt{2}$

$f_{12}(x) = 3x^{-2} - x^{-\frac{1}{2}} + 4x^{0,3}$

$f_{13}(x) = \frac{1}{3x} + \sqrt{x} - \sqrt[3]{x}$

$f_{14}(a) = \frac{1}{x} - a^2 + x^2$

$f_{15}(x) = \sqrt[3]{x^4} + 7$

$f_{16}(x) = \sqrt[3]{x^{0,9}} - \frac{1}{x}$

$f_{17}(x) = \frac{3x+6x^2}{6x}$

$f_{18}(x) = \frac{\sqrt{x}}{x}$

Aufgabe 4:

Geben Sie zu den Funktionen f bis i die zugehörige Ableitungsfunktion an.

a) $f(x) = x \cdot (x + 7)$

c) $h(x) = (x^2 + 1) \cdot (x + 7)$

b) $g(x) = (x + 1) \cdot (x + 7)$

d) $i(x) = (x^2 + x) \cdot (x + 7)$

Aufgabe 5:

Bestimmen Sie zu der angegebenen Funktion f die Ableitungsfunktion f' und zu dem angegebenen Punkt P die Steigung des Graphen von f im Punkt P sowie die Tangentengleichung an den Graphen in P .

a) $f(x) = x^2 + 5$ $P(2|9)$

d) $f(x) = -x^2 + 4$ $P(5|29)$

b) $f(x) = x^2 + 6x - 3$ $P(1|4)$

e) $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$ $P(-1|-4)$

c) $f(x) = x^2 - x + 1$ $P(3|7)$

f) $f(x) = -2(3x + 1)^4$ $P(0|-2)$

Aufgabe 6:

Geben Sie mit Hilfe der Quotientenregel zu den Funktionen f bis h die zugehörige Ableitungsfunktion an.

a) $f(x) = \frac{7x+5}{x+2}$

b) $g(x) = \frac{3x-4}{2x-1}$

c) $h(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$

Aufgabe 7:

Bestimmen Sie zu folgenden trigonometrischen Funktionen die zugehörige Ableitungsfunktion.

a) $f(x) = \sin(x)$

f) $h(x) = -\cos(x)$

b) $g(x) = 3 \cos(x)$

g) $f(x) = -\sin(x)$

c) $h(x) = 6x - 5 \cos(x)$

h) $g(x) = \frac{1}{\cos(x)}$

d) $f(x) = \cos(x)$

i) $h(x) = \sin(x)^2 + \cos(x)^2$

e) $g(x) = \cos(x) \cdot \sin(x)$

Aufgabe 8:

Bestimmen Sie die Stellen x_i , an denen der Graph von f mit $f(x)=x^3$ den Anstieg $m=6$ hat und ermitteln Sie die Gleichungen der entsprechenden Tangenten.

Zeichnen Sie jedoch zuerst den Graphen von f und versuchen Sie die Lage der Tangenten graphisch ungefähr zu ermitteln.

Aufgabe 9:

Bestimmen Sie die Stellen x_i , an denen die Graphen der Funktionen f mit $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x^3+2$ und g mit $g(x)=x^3-4$ den gleichen Anstieg haben.

Aufgabe 10:

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{2}x^2$, die parallel zur Geraden g mit $g(x)=\frac{3}{2}x-1$ verläuft.

Aufgabe 11:

Zeigen Sie, dass die Gerade g mit $g(x)=-4x-3$ Tangente an die Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{3}x^2-2x$ ist und geben Sie die Koordinaten des Berührungspunktes an.