Lösungen: Aufgaben Analytische Geometrie 11. Jahrgang

Aufgabe 1:

a) Vorgehen:

1. Möglichkeit: Die Verbindungsvektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$ bestimmen und nachweisen, dass diese beiden Vektoren linear unabhängig sind.
2. Möglichkeit: Die Geradengleichung der Geraden durch A und B bestimmen und überprüfen, ob C auf dieser Geraden liegt (Punktprobe).

b) ε: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ (r,s∈IR) (Hier: A als Aufpunkt, $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$ als Spannvektoren)

Aufgabe 2:

Zwar gilt $(-2) \cdot \vec{c} = \vec{b}$, trotzdem spannen die drei Punkte eine Ebene im Raum auf, denn wir finden einen Aufpunkt (z.B. A) und zwei linear unabhängige Spannvektoren (z.B. $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$). Drei Punkte, die nicht alle auf einer Geraden liegen, spannen immer eine Ebene im Raum auf.

Aufgabe 3:

a) M(2|1|3) b) M(4|$\frac{1}{7}$|$\frac{9}{4}$)

Aufgabe 4:

a) $|\overrightarrow{ZU}|$=10 (LE) b) $|\overrightarrow{WP}|$≈1,14 (LE)

Aufgabe 5:

Die drei Punkte liegen auf einer Geraden! Tipp: $-\frac{1}{3}\sqrt{12} = -\frac{1}{3}\sqrt{3 \cdot 4} = -\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = -\frac{2}{3}\sqrt{3}$

Vorgehen: Aus P_1 und P_2 eine Geradengleichung aufstellen. Überprüfung, ob P_3 auf dieser Geraden liegt (t=$\pm\frac{9}{5}$).

Aufgabe 6:

$A \notin g_1$, $A \notin g_2$; $B \notin g_1$, $B \in g_2$; $C \in g_1$, $C \in g_2$

Aufgabe 7:

$P_1(-10|8|0)$, $P_2(-11|1|2)$ Lösungsweg über Skizze! Wie lassen sich die Ortsvektoren von P_1 und P_2 mit Hilfe der Ortsvektoren der Punkte A und b schreiben???

Aufgabe 8:

Schnittpunkt mit der x-Achse: $P_x(3|0|0)$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $P_y(0|2|0)$

Schnittpunkt mit der z-Achse: $P_z(0|0|4)$

Aufgabe 9:

Sei $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ mit x,y∈IR, dann ergeben sich folgende Gleichungen:

I) $4 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 5 \cdot x - (-2)$ $\Rightarrow$ x= $\frac{9}{5}$

II) $4 \cdot 3 + 3 \cdot (-\frac{1}{3}) = 5 \cdot y - 1{,}5$ $\Rightarrow$ y= 2,5

$$\Rightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix} \frac{9}{5} \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 10:

$\vec{a}=\begin{pmatrix}8\\5\\-4\end{pmatrix}$ $\vec{b}=\begin{pmatrix}-4\\5\\5\end{pmatrix}$ g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}8\\5\\-4\end{pmatrix}+t\cdot\left(\begin{pmatrix}-4\\5\\5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}8\\5\\-4\end{pmatrix}\right)=\vec{x}=\begin{pmatrix}8\\5\\-4\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-12\\0\\9\end{pmatrix}$; $t\in IR$

b) Offensichtlich ist der Ortsvektor zum Punkt C der Stützvektor der Geraden, also liegt C auf g!

c) g=h $\Rightarrow \begin{pmatrix}8\\5\\-4\end{pmatrix}+t_1\cdot\begin{pmatrix}-12\\0\\9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\5\\10\end{pmatrix}+t_2\cdot\begin{pmatrix}6\\0\\8\end{pmatrix}$ Koordinatenvergleich:

I: $8-12t_1=6+6t_2$
II: $5 = 5$
III: $-4+9t_1=10+8t_2$

aus dem LGS folgt: $t_1=\frac{2}{3}$ und $t_2=-1$ und $t_1;t_2$ in g und h ergibt: S(0|5|2)

d) $\overrightarrow{AS}=\begin{pmatrix}-8\\0\\6\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{SC}=\begin{pmatrix}6\\0\\8\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CA}=\begin{pmatrix}2\\0\\14\end{pmatrix}$ $\Rightarrow |\overrightarrow{AS}|=10$ $|\overrightarrow{SC}|=10$ $|\overrightarrow{CA}|=\sqrt{200}=10\cdot\sqrt{2}$, also ist das Dreieck ASC gleichschenklig, jedoch nicht gleichseitig.

e) $|\overrightarrow{AS}|^2+|\overrightarrow{SC}|^2=|\overrightarrow{CA}|^2$ denn $10^2+10^2=200 \Rightarrow$ Das Dreieck ASC ist nach dem Satz des Pythagoras rechtwinklig. Da $\overrightarrow{AS}$ und $\overrightarrow{SC}$ (Richtungs-)Vektoren auf den Geraden g bzw. h sind, müssen die Geraden rechtwinklig zueinander angeordnet sein.