

### Aufgaben zu Hypothesentests

Die zugehörigen Tabellen der Binomialverteilungen finden Sie auf der 2. Seite.

#### Aufgabe 1:

Erläutern Sie für a) bis d) die Fehler 1. und 2. Art, insofern diese vorliegen.

Die Schüler einer Klasse vermuten, dass die Lehrkraft am nächsten Schultag keine mündliche Überprüfung durchführen wird.

- a) Sie bereiten sich nicht vor, eine mündliche Überprüfung findet statt.
- b) Sie bereiten sich vor, es findet keine Überprüfung statt.

Ein Pilzsammler hat in seinem Korb eine Sorte von Pilzen, von denen er vermutet, dass sie giftig seien. Deshalb isst er sie nicht.

- c) Die Pilze sind tatsächlich giftig.
- d) Die Pilze sind tatsächlich ungiftig.

#### Aufgabe 2:

Ein Würfel soll dahingehend überprüft werden, ob es ein fairer Würfel ist, d.h. ob die Wahrscheinlichkeit für die Augenzahl  $\square$   $P(X=1)=\frac{1}{6}$  beträgt. Der Würfel wird 50 mal geworfen. Man legt fest: Fällt mindestens 7 mal und höchstens 11 mal die Augenzahl  $\square$ , so geht man davon aus, dass der Würfel fair ist.  $H_0$  sei „Würfel ist fair“.

- a) Wie lautet der Annahme- bzw. der Ablehnungsbereich?
- b) Obwohl der Würfel fair ist (wie sich später herausstellte), fällt beim Test (siehe oben) nur 6 mal die Augenzahl  $\square$ . Welche Art von Fehler liegt vor?

#### Aufgabe 3:

- a) Gegeben  $H_0: p_0 \leq 0,4$  und  $n=100$ , der Ablehnungsbereich sei  $\bar{A} = \{50; \dots, 100\}$ . Bestimmen Sie die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$ .
- b) Gegeben  $H_0: p_0 \geq 0,8$  und  $n=100$ , der Annahmebereich sei  $A = \{75; \dots, 100\}$ . Bestimmen Sie die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$ .
- c) Bestimmen Sie für  $H_0: p_0 \leq 0,1$  und  $n=100$  den Ablehnungsbereich für  $\alpha=2\%$

#### Aufgabe 4:

In einer Gefäß befinden sich blaue und grüne Kugeln. Es ist jedoch in Vergessenheit geraten, ob der Anteil der blauen Kugeln 25% oder 60% ausmacht. Dies soll überprüft werden. Dazu werden 20 Kugeln (mit Zurücklegen) gezogen und es wird festgelegt: Werden höchstens 7 blaue Kugeln gezogen, so nimmt man an, es handelt sich um ein Gefäß mit einem Anteil von 25% blauen Kugeln.  $H_0$  sei „Gefäß mit 25% blauen Kugeln“.

Bestimmen Sie den Annahme- und Ablehnungsbereich und die Fehler 1. und 2. Art.

#### Aufgabe 5:

Ein Hersteller von Software behauptet, dass mindestens 70% aller PC-Nutzer das Produkt PX© nutzen. Bei einer zufälligen Stichprobe von 100 PC-Nutzern wird ermittelt, dass 59 der Nutzer das Produkt PX© verwenden. Prüfen Sie, ob man hieraus mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von maximal 5% einen Widerspruch zur Behauptung des Softwareanbieters erkennen kann.

#### Aufgabe 6:

Bei einem Fußballspiel wird die Seitenwahl durch einen Münzwurf bestimmt. Der Trainer einer Fußballmannschaft bezweifelt, dass es sich bei der vom Schiedsrichter verwendeten Münze um eine ideale (faire) Münze handelt.

- a) Die verwendete Münze wird 100 Mal geworfen, wobei 42 Mal „Kopf“ fällt. Kann bei diesem Ergebnis davon ausgegangen werden, dass bei einem Signifikanzniveau von  $\alpha=0,2$  die Hypothese „faire Münze“ falsch ist?
- b) Der Trainer verständigt sich mit dem Schiedsrichter, dass die Münze bei 50 Würfeln als fair gelten soll, wenn „Kopf“ mindestens 17 und höchstens 33 Mal fällt. Berechnen Sie hierfür die Irrtumswahrscheinlichkeit.

**Aufgabe 7:**

Ein Hersteller von Konservendosensuppen führt wegen einiger undichter Dosen eine Rückrufaktion durch. Nach einer Prüfung wird behauptet, dass der Mangel bei höchstens 5 % der Dosensuppen auftritt. Ein Labor des Verbraucherschutzes überprüft 50 Dosen und weist den Mangel in vier Dosen auf.

- a) Überprüfen Sie, ob die These des Suppenherstellers angenommen werden kann ( $\alpha=0,05$ ).
- b) Wie verändert sich die Aussage in a) bei  $\alpha=0,025$ ?
- c) Berechnen Sie den Fehler 2. Art [für Aufgabenteil a)], wenn der Anteil an undichten Dosen in Wirklichkeit 10% ausmacht.

**Tabellen(auszüge) für Binomialverteilungen**

**B<sub>100;0,8</sub>(X=k)**  
(Auszug)

k	P(X=k)	P(X≤k)
70	0,00519	0,01125
71	0,00877	0,02002
72	0,01413	0,03415
73	0,02168	0,05583
74	0,03164	0,08748
75	0,04388	0,13135
76	0,05773	0,18909
77	0,07198	0,26107
78	0,08490	0,34597
79	0,09457	0,44054
80	0,09930	0,53984
81	0,09807	0,63791
82	0,09090	0,72881
83	0,07885	0,80766
84	0,06383	0,87149
85	0,04806	0,91956
86	0,03353	0,95309
87	0,02158	0,97467
88	0,01275	0,98743
89	0,00688	0,99430
90	0,00336	0,99767

**B<sub>100;0,7</sub>(X=k)**  
(Auszug)

k	P(X=k)	P(X≤k)
50	0,00001	0,00002
51	0,00003	0,00005
52	0,00007	0,00012
53	0,00014	0,00026
54	0,00028	0,00054
55	0,00055	0,00109
56	0,00103	0,00211
57	0,00185	0,00397
58	0,00321	0,00717
59	0,00532	0,01250
60	0,00849	0,02099
61	0,01299	0,03398
62	0,01907	0,05305
63	0,02683	0,07988
64	0,03620	0,11608
65	0,04678	0,16286
66	0,05788	0,22074
67	0,06854	0,28928
68	0,07761	0,36689
69	0,08398	0,45088
70	0,08678	0,53766

**B<sub>50;0,5</sub>(X=k)**  
(Auszug)

k	P(X=k)	P(X≤k)
15	0,00200	0,00330
16	0,00437	0,00767
17	0,00875	0,01642
18	0,01603	0,03245
19	0,02701	0,05946
20	0,04186	0,10132
21	0,05980	0,16112
22	0,07883	0,23994
23	0,09596	0,33591
24	0,10796	0,44386
25	0,11228	0,55614
26	0,10796	0,66409
27	0,09596	0,76006
28	0,07883	0,83888
29	0,05980	0,89868
30	0,04186	0,94054
31	0,02701	0,96755
32	0,01603	0,98358
33	0,00875	0,99233
34	0,00437	0,99670
35	0,00200	0,99870

**B<sub>100;0,1</sub>(X=k)**  
(Auszug)

k	P(X=k)	P(X≤k)
0	0,00003	0,00003
1	0,00030	0,00032
2	0,00162	0,00194
3	0,00589	0,00784
4	0,01587	0,02371
5	0,03387	0,05758
6	0,05958	0,11716
7	0,08890	0,20605
8	0,11482	0,32087
9	0,13042	0,45129
10	0,13187	0,58316
11	0,11988	0,70303
12	0,09879	0,80182
13	0,07430	0,87612
14	0,05130	0,92743
15	0,03268	0,96011
16	0,01929	0,97940
17	0,01059	0,98999
18	0,00543	0,99542
19	0,00260	0,99802

**B<sub>100;0,4</sub>(X=k)**  
(Auszug)

k	P(X=k)	P(X≤k)
35	0,04913	0,17947
36	0,05914	0,23861
37	0,06820	0,30681
38	0,07538	0,38219
39	0,07989	0,46208
40	0,08122	0,54329
41	0,07924	0,62253
42	0,07421	0,69674
43	0,06673	0,76347
44	0,05763	0,82110
45	0,04781	0,86891
46	0,03811	0,90702
47	0,02919	0,93621
48	0,02149	0,95770
49	0,01520	0,97290
50	0,01034	0,98324
51	0,00676	0,98999
52	0,00424	0,99424
53	0,00256	0,99680
54	0,00149	0,99829

**B<sub>20;0,25</sub>(X=k)**

k	P(X=k)	P(X≤k)
0	0,00317	0,00317
1	0,02114	0,02431
2	0,06695	0,09126
3	0,13390	0,22516
4	0,18969	0,41484
5	0,20233	0,61717
6	0,16861	0,78578
7	0,11241	0,89819
8	0,06089	0,95907
9	0,02706	0,98614
10	0,00992	0,99606
11	0,00301	0,99906
12	0,00075	0,99982
13	0,00015	0,99997
14	0,00003	1,00000
15	0,00000	1,00000
16	0,00000	1,00000
17	0,00000	1,00000
18	0,00000	1,00000
19	0,00000	1,00000
20	0,00000	1,00000

**B<sub>20;0,6</sub>(X=k)**

k	P(X=k)	P(X≤k)
0	0,00000	0,00000
1	0,00000	0,00000
2	0,00000	0,00001
3	0,00004	0,00005
4	0,00027	0,00032
5	0,00129	0,00161
6	0,00485	0,00647
7	0,01456	0,02103
8	0,03550	0,05653
9	0,07099	0,12752
10	0,11714	0,24466
11	0,15974	0,40440
12	0,17971	0,58411
13	0,16588	0,74999
14	0,12441	0,87440
15	0,07465	0,94905
16	0,03499	0,98404
17	0,01235	0,99639
18	0,00309	0,99948
19	0,00049	0,99996
20	0,00004	1,00000

**B<sub>100;0,5</sub>(X=k)**  
(Auszug)

k	P(X=k)	P(X≤k)
40	0,01084	0,02844
41	0,01587	0,04431
42	0,02229	0,06661
43	0,03007	0,09667
44	0,03895	0,13563
45	0,04847	0,18410
46	0,05796	0,24206
47	0,06659	0,30865
48	0,07353	0,38218
49	0,07803	0,46021
50	0,07959	0,53979
51	0,07803	0,61782
52	0,07353	0,69135
53	0,06659	0,75794
54	0,05796	0,81590
55	0,04847	0,86437
56	0,03895	0,90333
57	0,03007	0,93339
58	0,02229	0,95569
59	0,01587	0,97156
60	0,01084	0,98240

**B<sub>50;0,1</sub>(X=k)**  
(Auszug)

k	P(X=k)	P(X≤k)
0	0,00515	0,00515
1	0,02863	0,03379
2	0,07794	0,11173
3	0,13857	0,25029
4	0,18090	0,43120
5	0,18492	0,61612
6	0,15410	0,77023
7	0,10763	0,87785
8	0,06428	0,94213
9	0,03333	0,97546
10	0,01518	0,99065
11	0,00613	0,99678
12	0,00222	0,99900
13	0,00072	0,99971
14	0,00021	0,99993

**B<sub>50;0,05</sub>(X=k)**  
(Auszug)

k	P(X=k)	P(X≤k)
0	0,07694	0,07694
1	0,20249	0,27943
2	0,26110	0,54053
3	0,21987	0,76041
4	0,13598	0,89638
5	0,06584	0,96222
6	0,02599	0,98821
7	0,00860	0,99681
8	0,00243	0,99924
9	0,00060	0,99984
10	0,00013	0,99997
11	0,00002	1,00000
12	0,00000	1,00000