Die Aufgabe im Bereich Analysis entspricht dem Umfang einer vergleichbaren Aufgabe in der P3-Klausur. Die Aufgaben im Bereich Analytische Geometrie sind viel zu umfangreich, dienen also eher der Übung. Die P3-Aufgaben im Bereich Stochastik werden weitere Inhalte umfassen, die Sie erst noch kennen lernen müssen. Alle Lösungen sind umfangreicher aufgeschrieben, als ich es in der Klausur erwarten würde. Diese Ausführlichkeit dient nur Ihrem Verständnis.

Aufgabenbereich Analysis

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=e^{x}\cdot(2-\frac{1}{2}x)$

a) Bestimmen Sie für den Graphen von f die Achsenschnittpunkte, mögliche Extrema oder Wendepunkte und untersuchen Sie den Graphen auf Asymptoten.
b) Zeichnen Sie den Graphen in ein sinnvoll ausgewähltes Koordinatensystem.
c) Beweisen Sie: $\int f(x)dx = e^{x}\cdot(\frac{5}{2}-\frac{1}{2}x)+C$ $(C\in IR)$
d) Bestimmen Sie diejenige Stammfunktion von f, deren Graph den Graphen von f auf der y-Achse schneidet.
e) Im Punkt P(0|2) liegt eine Tangente an den Graphen von f. Diese Tangente schneidet den Graphen von f bei x≈3,59 (zulässiger Rechenwert). Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von der Tangente und dem Graphen von f vollständig eingeschlossen wird.
f) Berechnen Sie den Inhalt der (unbegrenzten) Fläche, die von dem Graphen von f und der x-Achse oberhalb der x-Achse eingeschlossen wird.
g) Geben Sie ein Intervall [a;b] so an (a,b∈IR, a≠b), dass das bestimmte Integral über f(x)dx im Intervall von a nach b den Wert $-\frac{5}{2}$ annimmt.

Aufgabenbereich Analytische Geometrie

Aufgabe 1:

Gegeben sind die Punkte A(1|1|3); B(0|–2|7); C(4|–4|12) und P(1|1|–1) sowie die Ebene η, die durch die Gleichung 2x+y+3z–12=0 beschrieben wird.

a) Bestimmen Sie das Skalarprodukt und das Vektorprodukt der Ortsvektoren der Punkte A und B sowie den Winkel zwischen den Ortsvektoren.
b) Die drei Punkte A, B und C spannen eine Ebene ε auf. Geben Sie eine zugehörige Ebenengleichung in Punktrichtungsform an.
c) Überführen Sie die Ebenengleichung von ε in die parameterfreie Koordinatenschreibweise und in die Hessesche Normalenform.
d) Zeigen Sie, dass der Punkt P nicht in der Ebene η liegt und bestimmen Sie a∈IR so, dass der Punkt $Q(5|-\frac{3}{2}\cdot a|a)$ in der Ebene η liegt.
e) Geben Sie eine parameterfreie Ebenengleichung der Ebene λ an, die P enthält und zu η parallel ist. Geben Sie zudem den Abstand der beiden Ebenen η und λ zueinander an.
f) Bestimmen Sie den Schnittwinkel der Ebenen ε und λ.

Hilfestellung: Für zwei Vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}a_x\\a_y\\a_z\end{pmatrix}$ und $\vec{b}=\begin{pmatrix}b_x\\b_y\\b_z\end{pmatrix}$ wird definiert: $\vec{a}\times\vec{b}=\begin{pmatrix}a_y\cdot b_z-a_z\cdot b_y\\a_z\cdot b_x-a_x\cdot b_z\\a_x\cdot b_y-a_y\cdot b_x\end{pmatrix}$

Aufgabe 2:

Im Raum sind die Punkte A(3|3|–2); B(5|7|2), C(1|9|6) und D(0|7|4) gegeben. Die vier Punkte liegen in einer Ebene mit der Gleichung ε: x–3y+2,5z+11=0.
a) Gegeben sind die Gerade g, die durch die Punkte A und B verläuft, und die Geraden

h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 6 \end{pmatrix} + t_h \begin{pmatrix} 1 \\ 12 \\ 14 \end{pmatrix}$ und k: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 11 \\ -2 \end{pmatrix} + t_k \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ (t_h, $t_k \in$ IR).

Überprüfen Sie die Lagebeziehung der Geraden h und k zur Geraden g.

b) Zeigen Sie, dass der Punkt P(1|4|0) der Schnittpunkt der Geraden l: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t_l \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit der Ebene ε ist. Wie lässt sich einfach zeigen, dass dies der einige Schnittpunkt von l und ε ist?

c) Zeigen Sie, dass das Viereck ABCD ein Trapez ist und dass die eine der parallelen Seiten halb so lang ist wie die gegenüberliegende Seite.

d) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

e) Das Dreieck ABC bildet die Grundfläche einer Pyramide mit der Spitze S(4|0|7). Bestimmen Sie die Höhe der Pyramide.

Aufgabenbereich Stochastik

Aufgabe 1

Die Eutiner Partnerstadt Lawrence lädt 10 Jugendliche des Weber-Gymnasiums zu einem Aufenthalt in Lawrence ein. Die Unterbringung erfolgt in Gastfamilien, wobei 6 Gastfamilien ein Mädchen und 4 einen Jungen aufnehmen werden. Die Teilnehmer des Austausches kommen aus einer Gruppe von 15 Interessenten an der Weber-Schule, von denen zwei Drittel Mädchen sind.

a) Geben Sie die Anzahl der möglichen verschiedenen Zusammenstellungen der Mädchen, die am Austausch teilnehmen, an.

b) Geben Sie die Anzahl der Möglichkeiten an, die ausgewählten Jugendlichen auf die Gastfamilien zu verteilen.

c) Während des Austausches werden zwei der Jugendlichen nacheinander per Losverfahren für eine kostenlose Tour nach Disneyland ausgewählt.

Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass diese 2er-Gruppe nicht gleichgeschlechtlich zusammengesetzt ist und erläutern Sie das Zustandekommen Ihres Ergebnisses mit Hilfe eines Baumdiagramms.

Die Gruppe wird von drei erwachsenen Begleitpersonen aus Eutin betreut. Erfahrungsgemäß erkranken auf solchen Austauschfahrten 10% der Jugendlichen und 6% der Begleitpersonen.

d) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass alle drei Betreuer gesund bleiben.

e) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, dass höchstens 2 der 10 Jugendlichen erkranken.

f) Berechnen Sie für die Zufallsgröße „Anzahl erkrankter Jugendlicher“ den Erwartungswert und das Maximum.

g) Wie viele Jugendlich dürften nur mitfahren, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von 59% alle Jugendlichen gesund bleiben?

Aufgabe 2

Beim Biathlon-Training wird zuerst gelaufen, dann nach bestimmten Regeln geschossen und zwar in Serien von je 5 Schüssen (5-Serien). Für jeden Sportler sei die Wahrscheinlichkeit p, bei einem Schuss einen Treffen zu landen, mit 0,6 für jeden Schuss gleich.

a) Begründen Sie, warum hier von einer Binomialverteilung $B_{5;0,6}$ (X=k) ausgegangen werden kann und stellen Sie für eine 5-Serie $B_{n;p}$(X=k) tabellarisch und graphisch dar.

b) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, mit der ein Teilnehmer in einer 5-Serie mehr als drei Treffer erzielt.

c) Wie viele Treffer kann ein Biathlet pro 5-Serie erwarten?

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei sieben 5-Serien mindestens eine Serie ohne Treffer aufweisen zu müssen?