

Aufgaben zu weiteren Wahrscheinlichkeitsverteilungen

1. Poisson-Verteilung

Aufgabe 1.1:

- a) Auf einer 7,5 km langen Landstraße ereignen sich pro Woche (durchschnittlich) zwei Unfälle. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich in der nächsten Woche dort keine Unfälle zutragen?
- b) In einer Rettungsleitstelle gehen pro Tag zwei Notrufe ein. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es an zwei Tagen zusammen weniger als 3 Notrufe sind?

Aufgabe 1.2:

Wir gehen davon aus, dass Geburtstage zufällig auf 365 Tage verteilt sind. In einem Dorf leben 450 Personen.

- a) Berechnen Sie mittels der Binomialverteilung und der Poissonverteilung, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass genau zwei Bewohner des Dorfes am 01. Mai geboren wurden.
- b) Wie viele Einwohner muss das Dorf haben, damit mit 17,8% Wahrscheinlichkeit keiner am 01. Mai Geburtstag hat (Poissonverteilung)?

Aufgabe 1.3:

Sei X eine poissonverteilte Zufallsgröße mit dem Parameter $\mu=3$.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass X einen Wert größer als 5 annimmt.

Aufgabe 1.4:

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit regulären Würfeln in 10 Doppelwürfen mindestens einmal als Summe 5 zu erhalten? Lösen Sie diese Aufgabe durch Näherung mit

- a) Poisson-Verteilung; b) Normalverteilung; c) Moivre-Laplace und d) Binomialverteilung. Beurteilen Sie die Genauigkeit der Näherungslösungen.

2. Moivre-Laplace-Näherung

Aufgabe 2.1:

Eine Zufallsgröße X sei binomialverteilt mit den Parametern $n=350$ und $p=0,12$. Bestimmen Sie $P(X \leq 50)$; $P(X \leq 30)$; $P(X > 45)$ und $P(40 < X < 70)$ mit Hilfe von Moivre-Laplace, weisen Sie vorher nach, dass Sie Moivre-Laplace verwenden können.

Aufgabe 2.2:

Gegeben sei eine Bernoullikette der Länge n mit der Erfolgswahrscheinlichkeit $p=0,2$. Bekannt ist: $P(X \leq 175) \approx 0,999$. Bestimmen Sie n .

3: Hypergeometrische Verteilungen

Aufgabe 3.1:

In einer Schachtel befinden sich 100 Streichhölzer, von denen acht defekt sind. Bei einer Stichprobe werden der Schachtel fünf Streichhölzer (ohne Zurücklegen) entnommen. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass in der Stichprobe

- a) genau ein defektes Streichholz ist.
b) kein defektes Streichholz ist.
c) mindestens ein defektes Streichholz ist.
d) genau vier defekte Streichhölzer sind.
e) alle Streichhölzer defekt sind.
f) Lösen Sie Aufgabenteil b) nur mit Hilfe der kombinatorischen Hilfsmittel.

Aufgabe 3.2:

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für "3 Richtige" im Lotto ("6 aus 49").

Aufgabe 3.3:

In einer Kiste mit 50 Uhren aus China befinden sich durchschnittlich fünf beschädigte Uhren. Bei einer Stichprobe werden drei Uhren entnommen und überprüft.

- a) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass genau zwei Uhren der Stichprobe defekt sind.
- b) Wie viele defekte Uhren können bei der Stichprobe erwartet werden?

Aufgabe 3.4:

Ein Schulklasse besteht aus 13 Personen, 8 Jungen und 5 Mädchen. Aus der Klasse werden vier Personen per Los ausgewählt, die am Wochenende den Klassenraum gründlich reinigen sollen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Gruppe aus

- a) zwei Mädchen und zwei Jungen besteht?
- b) nur aus Mädchen besteht?
- c) nur aus Jungen besteht?

Aufgabe 3.5:

Ein Händler liefert an seinen Abnehmer Weihnachtskugeln in Kartons mit jeweils 50 Stück. Durchschnittlich fünf Kugeln sind dabei jedoch pro Karton leicht beschädigt. Der Abnehmer akzeptiert den Karton jedoch nur, wenn bei einer Stichprobe von vier zufällig ausgewählten Kugeln (selbstverständlich ohne Zurücklegen) eines Kartons höchstens eine beschädigte Kugel gefunden wird.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Abnehmer einen Karton akzeptiert.

Aufgabe 3.6: (Nicht ganz einfach, aber für LK-Schüler/innen auf jeden Fall zu bewältigen!)

In einer Urne sind gleich viele blaue und grüne Kugeln. Zieht man ohne Zurücklegen zwei Kugeln, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kugeln blau sind, $p = \frac{7}{29}$. Berechnen Sie die Anzahl der Kugeln in der Urne. (Berechnung mit eindeutigem Rechenweg, nicht nur ausprobieren!).