

Gegeben ist die gebrochen rationale Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$ , von der die zweite und dritte Ableitungsfunktion  $f''(x) = \frac{2x-4}{(x+1)^4}$  und  $f'''(x) = \frac{18-6x}{(x+1)^5}$  bekannt sind.

**Die Lösungswege müssen so ausführlich sein, dass der Rechenweg erkennbar ist.**

**Aufgaben:**

- a) Bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte des Graphen von  $f$ .
- b) Bestimmen Sie mögliche Asymptoten.
- c) Geben Sie die Definitionsmenge an und untersuchen Sie das Verhalten von  $f$  für  $x \rightarrow \pm \infty$  und für  $x \rightarrow x_D$ , falls Definitionslücken  $x_D$  existieren.
- d) Überprüfen Sie, ob eine Achsen- oder Punktsymmetrie vorliegt.
- e) Zeigen Sie, dass die erste Ableitungsfunktion von  $f$  die Funktionsgleichung  $f'(x) = \frac{1-x}{(x+1)^3}$  besitzt.
- f) Bestimmen Sie mögliche Extrema oder Wendepunkte.
- g) Zeichnen Sie den Graphen von  $f$  unter Verwendung und Verdeutlichung der in a) bis f) gewonnenen Erkenntnisse in ein Koordinatensystem.