Lösung der Kurvenuntersuchung 2: $f(x) = x\cdot e^{2-x}$

a) $f(x)=x\cdot e^{2-x}$

Nullstellen: $0= x\cdot e^{2-x}$

$\Leftrightarrow x=0$ (da $e^{2-x} \neq 0$ für alle $x\in D_f$)

$f(0)=0 \Rightarrow$ Schnittpunkt mit x-Achse bei N(0|0)

$\Rightarrow$ Schnittpunkt mit y-Achse ebenfalls bei (0|0)

Extrema:

$f`(x)= (1-x)\cdot e^{2-x}$ (Produkt- und Kettenregel anwenden)

$0= (1-x)\cdot e^{2-x}$

$\Leftrightarrow 1-x= 0$

$\Leftrightarrow x=1$ mögliche Extremstelle bei x=1

$f``(x)= (x-2)e^{2-x}$

$f``(1)=-e^1 <0 \Rightarrow$ Hochpunkt bei $H(1|f(1)) = H(1|e)$

Wendepunkte:

$f``(x)=(x-2)\cdot e^{2-x}$

$0= (x-2)\cdot e^{2-x}$

$\Leftrightarrow 0=x-2$

$\Leftrightarrow x= 2$

$\Rightarrow$ mögliche Wendestelle bei x=2

$f```(x)=(3-x)\cdot e^{2-x}$

$f```(2)=1\neq 0$

$\Rightarrow$ Wendepunkt bei $W(2|f(2)) = W(2|2)$

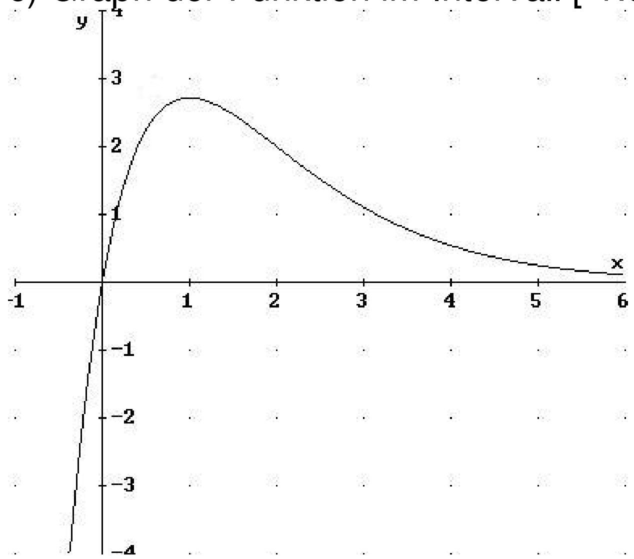
Asymptoten:

$f(x) \xrightarrow[x\to\infty]{} 0 \quad \Rightarrow$ x-Achse ist

Asymptote des Graphen für $x \to +\infty$

$f(x) \xrightarrow[x\to-\infty]{} -\infty$

c) Graph der Funktion im Intervall [-1:6]



c) Gesucht: Tangentengleichung der Form $y=mx+n$ mit $m,n\in IR$

Wendestelle bei x=2, $f`(2)=(1-2)\cdot e^{2-2}=-1$

$\Rightarrow m= -1 \Rightarrow y= -1x+n$

W(2|2) liegt auf dem Graphen von f $\Rightarrow 2 = -1\cdot 2+n \Rightarrow n= 4$

gesuchte Gleichung lautet: $y=-x+4$

d) $f`(x)= (1-x)\cdot e^{2-x}$ $\quad [= (-1)\cdot(x-1)\cdot e^{2-x}]$

$f``(x)= (x-2)\cdot e^{2-x}$ $\quad [= (x-2)\cdot e^{2-x}]$

$f```(x)= (3-x)\cdot e^{2-x}$ $\quad [= (-1)\cdot(x-3)\cdot e^{2-x}]$

$f^{(465)}(x)= (465-x)\cdot e^{2-x}$

$f^{n}(x) = (-1)^n\cdot(x-n)\cdot e^{2-x}$